

18/11/2013

Luca Modelli

TEMA 1

Il candidato svolga una ed una sola delle dissertazioni proposte, illustrando sinteticamente i concetti, gli esempi e i risultati più significativi. Il candidato risolva inoltre alcuni degli esercizi proposti (possibilmente in più settori).

DISSERTAZIONI

- 1) Criteri di compattezza in spazi di funzioni.
- 2) Autovalori ed autovettori di una matrice.
- 3) Teoria generale dei vincoli e impostazione dei problemi dinamico e statico per un sistema meccanico vincolato.

ESERCIZI

- 1) Discutere l'esistenza e l'unicità delle soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2}{x}y(x) + 2x\sqrt{y(x)}, & x > 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

- 2) Calcolare, se esiste, la derivata della funzione

$$t \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} e^{-tx} dx, \quad t > 0.$$

- 3) Determinare l'ordine e la struttura del gruppo degli automorfismi di un gruppo ciclico di ordine 12.

4) Provare che una trasformazione proiettiva involutoria nel piano proiettivo complesso fissa sempre un punto P e tutti i punti di una retta l con $P \notin l$.

- 5) Sia Σ la superficie di R^3 ottenuta ruotando la semiretta

$$r : \begin{cases} x = z > 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

intorno all'asse delle x .

Luca Modelli
M. Modelli

a) Osservato che Σ è una superficie orientabile e indicato con $U = (g_1, g_2, g_3)$ un campo di vettori normale e unitario su Σ , si consideri l'applicazione

$$G : \Sigma \rightarrow S^2, \quad p \mapsto G(p) = (g_1(p), g_2(p), g_3(p)),$$

dove S^2 è la sfera unitaria di centro l'origine. Descrivere $G(\Sigma)$.

b) Dire se Σ e $G(\Sigma)$, pensati come sottospazi topologici di R^3 ed S^2 rispettivamente, sono omotopicamente equivalenti. Inoltre determinare il loro gruppo fondamentale.

6) Un riferimento S si muove rispetto al riferimento terrestre di moto traslatorio, mentre un suo punto Ω descrive di moto uniforme una circonferenza verticale di raggio R , fissa nel riferimento terrestre. Studiare i moti di una sfera pesante non vincolata rispetto al riferimento S .

7) Un'asta pesante AB poggia con l'estremo A su un piano orizzontale liscio. Ad un certo istante t_0 l'asta forma con la verticale ascendente un angolo α_0 ($0 < \alpha_0 < \frac{\pi}{2}$) e possiede un atto di moto rotatorio intorno alla verticale per il baricentro.

Riconoscere che esiste un numero di integrali primi sufficiente per determinare il moto dell'asta.

Luca Moselli
11/11/2010