



SCHEMA INSEGNAMENTO

EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

Corso di studio di riferimento	MATEMATICA
Dipartimento di riferimento	Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"
Settore Scientifico Disciplinare	MAT/05
Crediti Formativi Universitari	9.0
Ore di attività frontale	63.0
Ore di studio individuale	
Anno di corso	2
Semestre	Secondo Semestre (dal 27/02/2023 al 09/06/2023)
Lingua di erogazione	ITALIANO
Percorso	PERCORSO COMUNE (999)

Prerequisiti	Nozioni elementari di Analisi Matematica, Algebra lineare e Geometria differenziale. Teoria della misura ed elementi di Analisi funzionale lineare.
Contenuti	Principali esempi di equazioni alle derivate parziali e principali metodi risolutivi.
Obiettivi formativi	<p>Conoscenze e comprensione: esempi significativi e metodi risolutivi per equazioni alle derivate parziali.</p> <p>Capacità di applicare conoscenze e comprensione: capacità di estendere risultati e metodi a casi non studiati in dettaglio nel corso.</p> <p>Autonomia di giudizio: capacità di orientarsi criticamente nella bibliografia più avanzata.</p> <p>Abilità comunicative: esposizione delle conoscenze acquisite in modo comprensibili a chi abbia i prerequisiti in ingresso.</p> <p>Capacità di apprendimento: possibilità di proseguire autonomamente lo studio di argomenti più avanzati.</p>
Metodi didattici	Lezioni in aula
Modalità d'esame	Una prova orale in cui si richiede allo studente di esporre argomenti del programma, eventualmente con piccole varianti per accertare la dimestichezza nell'uso delle tecniche studiate.
Programma	Generalità. Equazioni del primo ordine: curve caratteristiche per equazioni quasi lineari e problema di Cauchy per varietà iniziali non caratteristiche, strisce caratteristiche per equazioni non lineari e problema di Cauchy nel cilindro. Problemi di Cauchy: equazione del calore in \mathbb{R}^n . Operatore di Laplace: soluzione fondamentale, proprietà del valor medio, principio del massimo, disuguaglianza di Harnack. Nucleo di Poisson per il semipiano e per la palla; funzione di Green e risoluzione dei problemi di Dirichlet e di Neumann nella palla. Funzioni subarmoniche e metodo di Perron per la risoluzione del problema di Dirichlet in un dominio. Funzioni barriera e punti regolari. Esempio di Lebesgue. Potenziale newtoniano ed equazione di Poisson con densità hoelderiana. Introduzione ai metodi variazionali: osservazioni su principio di Dirichlet, metodi classici e metodi diretti



nel calcolo delle variazioni. Funzioni semicontinue. Derivate deboli. Spazi di Sobolev: definizione, approssimazione con funzioni regolari, estensioni, tracce, teoremi di immersione di Sobolev e Morrey. Metodi variazionali per le equazioni ellittiche: Lemma di Lax-Milgram, Teorema dell'alternativa di Fredholm e teoremi di esistenza di soluzioni in H^1_0 per operatori ellittici in forma divergenza con coefficienti misurabili limitati. Spettro di un operatore ellittico in aperti limitati. Regolarità delle soluzioni deboli: metodo di Nirenberg dei quozienti differenziali per la regolarità H^2 all'interno ed alla frontiera. Metodi variazionali per operatori parabolici
6 Spazio-tempo di Minkovsky

7 Gruppo di Lorentz

8 Dinamica relativistica

Meccanica Quantistica

1 Formulazione hamiltoniana delle Meccanica Classica. Parentesi di Poisson. Equazioni di Hamilton-Jacobi.

2 Ottica geometrica.

3 Crisi della fisica classica. Corpo nero (cenni). Atomo di Rutherford. Effetto fotoelettrico. Effetto Compton.

4 Meccanica Ondulatoria. Esperimento delle due fenditure.

5 Spazi vettoriali. Autovalori e autovettori. Operatori hermitiani.

6 Principio di sovrapposizione. Postulato sugli osservabili e sugli autovettori. Riduzione del vettore di stato. Osservabili compatibili. Osservazione massima. Rappresentazioni.

7 Equazione di Schroedinger. Equazione di continuità. Postulato dell'impulso. Principio di indeterminazione. Soluzioni stazionarie. Evoluzione temporale e rappresentazioni di Schroedinger e Heisenberg. Principio di indeterminazione tempo-energia.

8 Proprietà dell'equazione di Schroedinger. Postulato dell'hamiltoniana.

9 Problemi ad una dimensione. Gradino, barriera, buca infinita, buca finita.

10 Momenti angolari in MQ. Definizione dell'operatore momento angolare e proprietà di commutazione delle sue componenti. Ricerca di autovalori e autostati e loro quantizzazione. Momento angolare orbitale, armoniche sferiche. Spin $1/2$ e suoi autostati, matrici di Pauli. Somma di momenti angolari. Coefficienti di Clebsch Gordan.

11 Moto in un potenziale centrale. Separazione delle variabili radiale e angolari. Equazione differenziale generale per la variabile radiale. Buca quadrata a pareti infinite. Buca quadrata finita. Potenziale Coulombiano e atomo di idrogeno.



	12 Particelle identiche (dal Cohen-Tanouj)
Testi di riferimento	<p>E. DiBenedetto, Partial Differential Equations Birkhauser, 1995</p> <p>L. C. Evans, Partial Differential Equations, Amer. Math. Soc. 1998.</p> <p>D. Gilbarg, N. Trudinger, Elliptic partial Differential Equations of Second Order, Springer 1983.</p> <p>F. John, Partial Differential Equations, Springer 1982.</p> <p>F. Trèves, Basic Linear Partial Differential Equations, Academic Press 1975.</p>
Altre informazioni utili	