Università del Salento

Facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali

Consiglio Didattico di Matematica

Laurea Magistrale in Matematica

Programmi dei corsi

Anno Accademico 2016-2017

Indice

I anno

1.1 Analisi Reale (Real Analysis)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/05

Docente: Giorgio Metafune

Breve presentazione e obiettivi del corso: Introduzione alla teoria della misura, spazi L^p e spazi di Hilbert.

Measure theory, L^p spaces, Hilbert spaces.

Programma delle lezioni: Misure positive, teorema di estensione, costruzione della misura di Lebesgue. Integrazione in uno spazio con misura. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teorema di Fubini, cambiamento di variabili, di Egoroff. Spazi L^p, proprietà e diseguaglianze fondamentali. Convoluzione e regolarizzazione. Spazi di Hilbert.

Positive measures, the extension theorem, construction of the Lebesgue measure. Integration. Levi, Lebesgue and Fatou?s theorems. Product measures, change of variables. Egoroff theorem. L^p spaces, main properties and inequalities. Convolutions and mollifiers. Hilbert spaces.

Prerequisiti: Analisi di base, algebra lineare

Testi di riferimento:

Halmos. Measure theory.

Kolmogorov, Fomin. Elementi di teoria della misure e di Analisi Funzionale

Metodi d'esame: Prova scritta

Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato sulla pagina https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/giorgio.metafune.

1.2 Istituzioni di Geometria Superiore (Principles of Higher Geometry)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/05

Docente: Giovanni Calvaruso

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso ha come finalità l'introduzione delle nozioni fondamentali di Topologia Algebrica e relative applicazioni.

The course is an introduction to the basic notions of Algebraic topology and their applications.

Programma delle lezioni: Il corso si compone delle seguenti parti:

- Gruppo Fondamentale di Poincaré: Cammini, omotopia di funzioni e di cammini, spazi contraibili, definizione del gruppo fondamentale, spazi semplicemente connessi, applicazioni.

- Spazi di Rivestimento: spazi di rivestimento, sollevamento di funzioni, relazione tra i gruppi fondamentali di uno spazio di rivestimento e dello spazio rivestito, rivestimenti definiti da gruppi di omeomorfismi ad aazione propriamente discontinua, applicazioni.

- Gruppi di Omologia Simpliciale: introduzione dei simplessi e dei complessi simpliciali e relative proprietà geometriche e topologiche, operatore bordo, gruppi di omologia simpliciale, caratteristica di Eulero-Poincaré, applicazioni.

- Superfici Connesse Compatte: superfici con e senza bordo, carte locali e atlanti, classificazione delle superfici connesse compatte, rappresentazione tramite regioni poligonali, caratteristica di Eulero-Poincaré delle superfici connesse compatte, applicazioni, geometrie omogenee sulle superfici connesse compatte.

The course covers the following topics:

- *The fundamental Group: paths, homotopy of functions and paths, contractible spaces, the fundamental group, simply connnected spaces, applications.*

- *Covering spaces: definition, lifts of functions, relationship between the fundamental groups of the covering and the covered spaces, applications.*

- *Omology Groups: introduction of symplexes and symplicial complexes and their geometric and topological properties, the border operator, homology groups, Euler caracteristic, applications.*

- *Compact Connected Surfaces: surfaces (with and without border), local charts and atlas, classification of compact connected surfaces, Euler caracteristic of complex connected surfaces, applications, homogeneous geometries on compact connected surfaces.*

Prerequisiti: Nozioni fondamentali di Topologia, Algebra, Analisi

Testi di riferimento:

Appunti delle lezioni

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: Mercoledì 11-13

1.3 Istituzioni di Fisica Matematica (Principles of Mathematical Physics)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/07

Docente: Raffaele Vitolo

Breve presentazione e obiettivi del corso: Introduzione alla teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali. Principali esempi e metodi di soluzione esatti ed approssimati.
Introduction to the theory of partial differential equations. Main examples and exact and approximate solution methods.

Programma delle lezioni:

- Onde lineari e non lineari
- Serie di Fourier
- Separazione di variabili
- Trasformate di Fourier
- Metodi alle differenze finite

Tutti gli argomenti del programma saranno accompagnati da esempi di soluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali.

- *Linear and non-linear waves*
- *Fourier series*
- *Separation of variables*
- *Fourier transform*
- *Finite differences methods*

All topics will be illustrated by examples of solutions of partial differential equations.

Prerequisiti: Analisi Matematica in una e più variabili, Geometria e Algebra Lineare.

Testi di riferimento:

P. Olver, Introduction to Partial Differential Equations, Undergraduate texts in Mathematics, Springer 2014.

Metodi d'esame: Esame orale sugli argomenti del programma del corso.

Oral exam on all topics of the course program.

Orario di ricevimento: Martedì 10-11.

1.4 Termodinamica e Meccanica Statistica (Thermodynamics and Statistical Mechanics)

Semestre: II **CFU**: 6 **Ore**: 42 **SSD**: FIS/02

Docente: Giulio Landolfi

Breve presentazione e obiettivi del corso: Saranno inizialmente presentati i principi fondamentali della termodinamica e mostrato il loro utilizzo nella descrizione delle proprietà di sistemi macroscopici semplici. Successivamente saranno introdotti strumenti concettuali e metodologici che rendono possibile la deduzione di tali proprietà come conseguenza del comportamento medio dell'elevatissimo numero di particelle che compongono la materia. Si intende, infine, menzionare applicazioni interdisciplinari dei concetti e delle metodologie presentate.

Programma delle lezioni: Sistemi, variabili e trasformazioni termodinamiche. Lavoro e calore. Primo principio della termodinamica. Capacità termiche. Entropia e secondo principio della termodinamica. Macchine termiche. Relazioni termodinamiche di Maxwell. Onde nonlineari e shocks in termodinamica. Equazione del trasporto di Boltzmann. Insieme statistico di Gibbs. Teorema di Liouville. Gerarchia di Bogolubov-Born-Gree-Kirkwood-Yvon. Teorema H di Boltzmann. Distribuzione di Maxwell-Boltzmann. Insieme statistico microcanonico. Teorema di equipartizione generalizzato. Insieme statistico canonico. Insieme statistico grancanonico. Esempi di applicazioni del formalismo della Meccanica Statistica.

Thermodynamical systems: variables and transformations. Work. Heat. First law of thermodynamics. Heat capacity and response functions. Entropy and the second law of thermodynamics. Heat engines. Maxwell thermodinamical relations. Nonlinear waves and shocks in thermodynamics. Boltzmann transport equation. Gibbs statistical ensamble. Liouville theorem. Bogolubov-Born-Gree-Kirkwood-Yvon hierarchy. Boltzmann H theorem. Maxwell-Boltzmann distribution. Microcanonical ensembles. Generalized equipartition theorem. Canonical ensemble. Grand canonical ensemble. Examples of applications of the statistical mechanics formalism.

Prerequisiti: nessuno.

Testi di riferimento:

P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Fisica vol. 1. Meccanica, termodinamica. Edises.

K. Huang, Meccanica Statistica, Zanichelli.

Metodi d'esame: Prova orale previo svolgimento di esercizi assegnati.

Orario di ricevimento: Mercoledì 11-13

1.5 Analisi complessa (Complex Analysis)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/05

Docente: Prof. Michele Carriero

Breve presentazione e obiettivi del corso: Esporre una adeguata introduzione all'Analisi Complessa con applicazioni.

An introduction to functions of one complex variable and some applications.

Programma delle lezioni:

1. Il campo dei numeri complessi.

2. Funzioni olomorfe (teorema di Cauchy-Riemann, teorema dell?integrale nullo e formula integrale di Cauchy, teorema della media integrale, Principio del massimo (minimo) modulo.

3. Olomorfia e Analiticità (serie di potenze nel campo complesso, teorema di Taylor).

4. Teoremi di Liouville. Zeri di una funzione olomorfa. Prolungamento olomorfo.

5. Sviluppo in serie di Laurent. Singolarità (eliminabili, polari, essenziali).

6. Teoria dei residui.

7. Applicazioni del calcolo dei residui.

8. Funzioni Gamma e Beta. Trasformata di Laplace e applicazioni.

1. The Complex Number System.

2. Holomorphic functions (The Cauchy-Riemann system, Cauchy integral theorem and Cauchy?s integral formula, Maximum (minimum) Modulus Principle).

3. Taylor's theorem.

4. Liouville theorems. Distributions of zeros. Analytic continuation.

5. Laurent series. Singularities (removable singularities, poles, essential singularities).

6. Residue theory.

7. Applications of residue calculus.

8. Gamma and Beta functions. Laplace transform and applications.

Prerequisiti: Analisi reale.

Testi di riferimento:

M. Carriero-S. Cito, Introduzione alla Analisi Complessa. Quaderno 2/2015. Università del Salento- Coordinamento SIBA. (e testi ivi citati). Questo Quaderno è disponibile anche sulla pagina web del docente https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/michele.carriero

Metodi d'esame: Prova scritta completata con successiva prova orale.

Orario di ricevimento: L'orario è fissato all'inizio del Corso e viene comunicato anche sulla pagina web del docente https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/michele.carriero

1.6 Teoria dei Gruppi (Group Theory)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/02

Docente: Francesco CATINO

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso ha come obiettivo principale l'acquisizione di competenze avanzate nell'ambito della Teoria dei Gruppi. Particolare cura è data alla comprensione delle argomentazioni e al rigore nella presentazione dei concetti e dei ragionamenti.

The main objective of the course is the acquisition of advanced skills in the context of Group Theory. Particular attention is given to the understanding of the arguments and rigor in the presentation of the concepts and reasoning.

Programma delle lezioni: Richiami sui gruppi ciclici. Automorfismi interni di un gruppo. Azioni di un gruppo. I teoremi di Sylow. Prodotti semidiretti di gruppi. Serie di un gruppo. Raffinamento di una serie. Serie di composizione. Serie equivalenti. Lemma di Zassenhaus. Caratterizzazione delle serie di composizione. Teorema di Schreirer e teorema di Jordan- Holder. Gruppi risolubili: definizioni ed esempi. Proprietà elementari dei commutatori. Catena derivata di un gruppo risolubile. Proprietà di chiusura? dei gruppi risolubili. Caratterizzazione dei gruppi simmetrici risolubili. Casi particolari del teorema di Burnside. Definizione di cociclo ed esempi. Proprietà del nucleo di un coclico. Il cociclo di Wielandt e sue proprietà. Lemma di Gaschutz. Theorema di Scur-Zassenhaus. Gruppi nilpotenti:definizione ed esempi. Identità di Hall-Witt. La serie centrale superiore e la serie centrale inferiore. Relazione tra la classe di nilpotenza e la lunghezza derivata di un gruppo nilpotente. Proprietà di chiusura dei gruppi nilpotenti. Un teorema di P.Hall. Il teorema principale dei gruppi nilpotenti finiti. Il sottogruppo di Frattini di un gruppo e sue caratterizzazioni. I teoremi di Frattini, di Gaschutz e di Wielandt. Il sottogruppo di Fitting di un gruppo finito. Alcuni risultati del sottogruppo di Fitting nei gruppi risolubili. Basi di Sylow di un gruppo finito. Semplicità del gruppo alterno di grado cinque. Il gruppo alterno di grado cinque come gruppo privo di basi di Sylow. Il lemma di P. Hall sulle basi di Sylow di un gruppo risolubile. I sottogruppi di Hall di un gruppo finito:

definizione ed esempi. Alcune proprietà dei sottogruppi di Hall. Teorema di Hall per i gruppi risolubili finiti.

Basic concepts on cyclic groups. Inner automorphisms of a group. Actions of a group. The Sylow's theorems. Semidirect product. Series of a group. Refinement of a series. Composition series. Zassenhaus'Lemma, Scheirer's Theorem and Jordan-Holder's Theorem. Solvable groups: definition and examples. Basic properties on commutators. Derived series of a solvable group. Solvable symmetric groups. Special cases of Burnside's Theorem. Definition of cocycle and examples. Kernel of a cocycle. The Wielandt's cocycle and its properties. Gaschutz's Lemma and Schur-Zassenhaus Theorem. Nilpotent groups: definition and examples. Identity of Hall-Witt. The Lower and Upper Central Series of a nilpotent group. Comnnection between nilpotency class and derived length of a nilpotent group. A theorem of P. Hall. Characterizations of Finite Nilpotent Groups. The Frattini's subgroup of a group and its properties. Ithe theorems of Frattini, Gaschutz and Wielandt. The Fittting's subgroup of finite group. Some results on Fitting's subgroup of solvable group. Sylow bases of finite group. Sylow bases of alternating group on five elements. A lemma of P. Hall on Sylow bases. Hall's subgroup of finite group: definition and example, Some properties of Hall's subgroups. Hall's theorem on solvable finite groups.

Prerequisiti: Una buona conoscenza e padronanza dei concetti di base dell'Algebra.

Risultati di apprendimento previsti:

- conoscenze da acquisire:

Risultati fondamentali e avanzati di Teoria dei Gruppi e problematiche di ricerca classiche e attuali.

- abilità da acquisire:

* essere in grado di produrre dimostrazioni rigorose, utilizzando con maturità le varie tecniche dimostrative.

* essere in grado di formalizzare e risolvere matematicamente problemi di moderata difficoltà nell'ambito della Teoria dei Gruppi.

* essere capaci di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi avanzati e articoli di ricerca nell'ambito della Teoria dei Gruppi.

Testi di riferimento:

Robinson, J.S. A Course in the Theory of Groups, Springer-Verlag, New-York, 1996

Machì, A., Gruppi, Spinger-Verlag Italia, 2007

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: Per appuntamento.

1.7 Strutture Discrete (Discrete Structures)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/03

Docente: Mauro Biliotti

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso intende approfondire alcune tematiche della matematica sul finito attraverso un esame dell'influenza dei risultati di teoria dei gruppi nello studio delle strutture geometriche discrete, e in particolare dei piani proiettivi finiti.

The course aims to investigate some mathematics issues on finite structures through a survey of the influence of group theory on the study of discrete geometric structures, and in particular of finite projective planes.

Programma delle lezioni: Strutture di incidenza, disegni e piani proiettivi. I piani affini come disegni, isomorfismi e automorfismi tra strutture di incidenza, collineazioni. Collineazioni dei piani proiettivi. Interrelazioni fra i gruppi di prospettività. Gruppi di traslazioni e loro proprietà. Matrici di incidenza e loro legami con le collineazioni. Proprietà dei gruppi di collineazioni di un piano proiettivo finito. Correlazioni di un piano proiettivo e polarità. Strutture di traslazione di Andrè. Proprietà delle strutture di Andrè e dei loro gruppi di collineazioni. Relazioni tra partizioni di un gruppo e strutture di Andrè. Il gruppo delle collineazioni di un piano di traslazione. Quasicorpi. Relazioni fra quasicorpi e piani di traslazione.

Incidence structures, designs and projective planes. Perspectivities of projective planes. Collineation groups of finite projective planes and their properties. Incidence matrices and their connections with the collineations. Correlations of projective planes and polarities. Andrè translation structures and their properties. Collineation group of a translation plane. Quasifields and translation planes.

Prerequisiti: Geometria I e II

Testi di riferimento:

D. R.Hughes-F.C.Piper . Design theory, Cambridge University Press- Cambridge 1985

V. D. Tonchev. Combinatorial Configurations, Designs, Codes, Graphs, Longman Scientific and Technical

Appunti del corso.

Metodi d'esame: L'esame finale consiste di una prova orale. Gli studenti dovranno prenotarsi per l'esame finale utilizzando esclusivamente le modalità on-line previste dal sistema VOL.

Orario di ricevimento: Lunedì dalle 11.00 alle 13.00 e Mercoledì dalle 9.00 alle 11.00 Negli altri giorni per appuntamento via e-mail.

1.8 Geometria Differenziale (Differential Geometry)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/03

Docente: Domenico Perrone

Breve presentazione e obiettivi del corso: Scopo del corso è quello di introdurre lo studente a concetti e metodi di base delle varietà differenziali, dei gruppi di Lie e in special modo della geometria Riemanniana, con particolare attenzione nella scelta di esempi significativi, in modo da stimolare la curiosità dello studente per possibili sviluppi e approfondimenti. Inoltre, le conoscenze acquisite permetteranno allo studente di farne poi uso nello studio di argomenti più avanzati di geometria differenziale, e nelle varie applicazioni, quali ad esempio l'astronomia, la teoria della relatività generale, etc.
The aim of the course is to introduce students to the basic concepts and methods of the differential manifolds, of the Lie groups, and especially of the Riemannian geometry, with particular regard to the choice of significant examples, in order to stimulate the curiosity of the student for possible developments and insights. Moreover, the knowledge acquired will allow the student to make use it in the study of more advanced topics of differential geometry, and in various applications such as astronomy, the theory of general relativity, etc.

Programma del corso: Varietà e applicazioni differenziabili. Campi di vettori su una varietà differenziabile. Il fibrato tangente. Il differenziale e l?applicazione duale. Tensori su una varietà differenziabile. Immersioni, sottovarietà e sommersioni. Gruppi di Lie e loro algebre di Lie. Metriche riemanniane. Esempi di varietà riemanniane. Immersioni e sommersioni riemanniane. Struttura di spazio metrico su una varietà riemanniana. Isometrie. I gruppi di isometrie dello spazio euclideo, della sfera canonica e dello spazio iperbolico. Connessioni lineari. Derivata covariante. Parallelismo e geodetiche. La connessione di Levi-Civita. La Connessione di Levi-Civita di sottovarietà riemanniane. Curve geodetiche su varietà riemanniane. La Curvatura riemanniana .

Differentiable manifolds. Differentiable functions. Vector fields. The tangent bundle. The differential map. Immersions, imbeddings, submersions and submanifolds. Lie Groups and Lie algebras. Riemannian metrics. Basic examples of Riemannian manifolds. Tensors on manifolds. Riemannian immersions and submersions. Distance function on a Riemannian manifold. Isomtries. The isomtry groups of the Euclidean space, of the canonical sphere and of the hyperbolic space. Affine Connections. Covariant derivative. Parallelism. Geodesics, local existence and uniqueness. The Levi-Civita connection. The Levi-Civita connection of a Riemannian submanifold. Geodesics on Riemannian manifolds. The Riemannian curvature.

Prerequisiti: algebra lineare, geometria differenziale di curve e superfici, analisi reale a più variabili, nozioni di base in topologia e teoria dei gruppi.

Testo di riferimento:

D.Perrone, Un'introduzione alla geometria riemanniana, Aracne Editrice, Roma, 2011.

Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato sulla pagina https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/domenico.perrone.

1.9 Analisi numerica (Numerical Analysis)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/08

Docente: Ivonne Sgura

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso consiste nello studio di metodi numerici per la risoluzione di alcuni problemi matematici in scienze ed ingegneria. Si prevedono esercitazioni al calcolatore per sperimentare i vari concetti visti nella parte teorica del corso e per l?implementazione dei metodi numerici studiati. Per tale scopo l?ambiente di lavoro sarà il programma di Calcolo Scientifico Matlab.

The course deals with some techniques for the efficient numerical solution of problems in science and engineering. Topics spanned are interpolation, approximation of functions, integration, differential equations. Stability, accuracy and computational complexity of the numerical methods will be carefully analysed. Part of the course consists in the implementation of the methods, in order to demonstrate their performances on examples and *counterexamples on a computer. For this goal, the students will follow Laboratory lectures and will use the MatLab program for scientific calculus.*

Programma delle lezioni:

A) Interpolazione ed approssimazione: Interpolazione polinomiale: matrice di Vandermonde e polinomio di Lagrange. Stima dell?errore di interpolazione su nodi equidistanti e su nodi di Chebychev. Fenomeno di Runge. Polinomio interpolante di Newton. Differenze divise e loro proprietà. Interpolazione a tratti: costruzione della spline cubica e sue proprietà di convergenza. Approssimazione di dati nel senso dei minimi quadrati: caso lineare ed equazioni normali. Interpolazione trigonometrica: trasformata discreta di Fourier (DFT, FFT) e sue applicazioni.

B) Formule di quadratura: Formule interpolatorie: stima dell?errore, grado di precisione, proprietà di stabilità. Formule di Newton-Cotes. Metodo dei trapezi e di Cavalieri-Simpson e loro formule composte. Estrapolazione di Richardson e controllo automatico dell?errore. Cenni sui polinomi ortogonali e loro proprietà. Formule gaussiane: grado massimo di precisione, stima dell?errore, calcolo dei nodi e dei pesi per le formule di Legendre, Chebychev, Laguerre; formule di Gauss-Radau e Gauss-Lobatto.

C) Metodi numerici per Equazioni Differenziali Ordinarie a Valori Iniziali (Pb. di Cauchy): Metodi espliciti a un passo, errore di troncamento, consistenza. Convergenza e zero-stabilità. Metodi di Eulero esplicito ed implicito. Metodo dei Trapezi e di Heun. Assoluta stabilità. Equazione test e regioni di assoluta stabilità. Richiami su equazioni alle differenze lineari a coefficienti costanti. Metodi Lineari Multistep: definizione, errore di troncamento, condizioni di ordine. Metodo del Midpoint, metodo di Simpson. Zero-stabilità e convergenza. Prima e seconda barriera di Dahlquist. Metodi di Adams espliciti ed impliciti, metodi di Nystrom e metodi BDF. Assoluta stabilità di un metodo Multistep. Definizione e calcolo del boundary locus. Cenni sui metodi predittore-correttore e sulle tecniche adattive. Metodi Runge-Kutta. Metodi espliciti: consistenza, condizioni di ordine, convergenza, funzione di stabilità, assoluta stabilità. Metodi impliciti: costruzione delle formule gaussiane come metodi di collocazione. Problemi stiff. Risoluzione di sistemi di equazioni.

Il Corso prevede circa 25 ore di esercitazione da svolgersi nel Laboratorio informatico. Le esercitazioni riguarderanno la programmazione in Matlab di molti metodi studiati in teoria, numerosi esercizi, alcuni esempi di carattere applicativo.

A) Interpolation and Approximation. Polynomial Interpolation: canonical basis and Vandermonde system. Lagrange basis. The Interpolation Error: equally spaced nodes, Chebychev nodes and Runge?s counter-example. Stability of Polynomial Interpolation and Lebesgue constant. Newton Form of the Interpolating Polynomial. Divided Differences and their properties. Piecewise Lagrange Interpolation: Hermite Interpolation, approximation by Splines. Interpolatory Cubic Splines and their properties. Linear and nonlinear least square problems. Trigonometric interpolation: Discrete Fourier Transform (DFT). Fast Fourier Transform (FFT): properties and applications.
B) Numerical Integration. Basic Quadrature Formulae: Midpoint or Rectangle formula, Trapezoidal formula. Interpolatory Quadrature: definition, properties, order precision. An example: the Cavalieri-Simpson Formula. Newton-Cotes Formulae. Composite Newton-Cotes Formulae. Composite Trapezoidal and Simpson methods and their convergence. Richardson Extrapolation and error estimate. Orthogonal Polynomials: definition and properties. Some examples: Chebyshev and Legendre polynomials. Gaussian Integration: high order, error estimate, construction of nodes and weights by eigenvalues/eigenvectors computation. Gauss-Legendre and Gauss-Chebychev methods. Integration over Unbounded Intervals: Gauss-Laguerre and Gauss-Hermite formulae. Pre-fixed nodes: Gauss-Lobatto and Gauss-Radau.
C) Numerical Solution of Ordinary Differential Equations (ODE) The Cauchy Problem. One-Step Numerical Methods: definition of explicit and implicit schemes, truncation error, the zero-Stability. Convergence Analysis and order of convergence. Euler, Trapezoidal and Heun methods. The Absolute Stability: test equation, regions of absolute stability and stepsize restrictions. Difference Equations. Linear Multistep Methods: Midpoint and Simpson methods. Consistency and order conditions, stability polynomials. Zero-stability and the Root Condition. First Dahlquist?s barrier. Convergence Analysis. Absolute Stabi-

lity and Strong Root Condition. Second Dahlquist?s barrier. Explicit and Implicit Adams methods. BDF methods. Predictor-Corrector Methods. Boundary locus to find stability regions. Runge-Kutta Methods. Derivation of an Explicit RK Method. Order conditions, convergence, stability function and absolute stability. Implicit RK Methods: construction as collocation methods on gaussian nodes. High order and A-stability properties. Stiff Problems. Systems of ODEs.
Computer classes are almost a third of the course and concern Matlab programming of most of the methods. Several exercises will be presented to experiment the key concepts of errors, convergence, order convergence and stability. Some examples of applicative problems will be also provided.

Prerequisiti: Conoscenze di analisi (integrali, equazioni differenziali). Conoscenze di base di Calcolo Numerico (risoluzione di sistemi lineari, metodi iterativi per zeri di funzione). Programmazione di base in Matlab.

Propedeuticità: Un corso di Calcolo Numerico di base

Testi di riferimento:

R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi. Metodi numerici. Zanichelli Ed. 1997

A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri. Matematica Numerica, 2a Ed. Springer, 2000

3. Hairer-Wanner Solving Ordinary Differential Equations vol.I-II, 2nd Ed. Springer

4. Altri appunti forniti dal docente

Metodi d'esame: Oltre alla prova orale, si richiede che gli studenti sviluppino un progetto al calcolatore su alcuni problemi proposti dal docente alla fine del corso. I progetti riguardano i tre temi principali del corso.

Orario di ricevimento: Consultare la pagina web del docente
https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/ivonne,sgura
o su appuntamento concordato per email.

II anno

2.10 Probabilità (Probability)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/09

Docente: Carlo Sempi

Breve presentazione e obiettivi del corso:

Il corso si prefigge di presentare agli studenti la probabilità basata sulla teoria della misura. Si estendono e rendono rigorosi concetti e metodi incontrati nel corso della Laurea triennale e si forniscono gli strumenti fondamentali della probabilità moderna che consentono di leggere i testi piú avanzati della probabilità e di affrontare le applicazioni a altre discipline, in primis alla Statistica Matematica.

The aim of this course is to present probability based on measure theory. Concepts and methods already encountered in the undergraduate course are made rigorous and extended; moreover, the fundamental instruments of modern probability are provided, so as to unable students to read the advanced texts on probability and to apply it to other fields, in the first place to Mathematical Statistics.

Programma dettagliato delle lezioni:

Misure. Spazî misurabili e di misura. Funzioni semplici, funzioni misurabili. Definizione d?integrale. Proprietà dell?integrale. Misura immagine. Misure definite da una densità e Teorema di Radon-Nikodym. Misura prodotto. Convergenza di variabili aleatorie. Lemmi di Borel-Cantelli. Convergenze quasi certa, in probabilità, in Lp . Convergenza debole. Convergenze vaga e stretta. Funzioni caratteristiche: definizione, teorema d?inversione. Funzioni caratteristiche e momenti; legge della somma di variabili aleatorie indipendenti. Teorema di Lévy-Cramér. Cenno al teorema di Bochner. Teoremi limite:

Teoremi del Limite Centrale (TLC): condizioni sufficienti (teorema di Lindeberg-Lévy), cenno alle condizioni necessarie. Leggi dei Grandi Numeri deboli e forti (teoremi di Rajchamn, di Kolmogorov, di Khinchin-Kolmogorov). Speranze condizionate: definizione e proprietà. Martingale: definizione, esempî. Integrabilità uniforme e martingale. Tempi d?arresto. Arresto di martingale. Convergenza in L^p e quasi certa. Sottomartingale (decomposizione di Doob) e convergenza. Martingale rovesciate. Applicazioni (Teorema di Radon-Nikodym, Legge 0-1 di Kolmogorov, serie aleatorie).

Measurable spaces and measures. Simple functions, measurable functions. Integrals. Properties of the integral. Image measure. Measures defined by a density and the Radon-Nikodym theorem. Product measure. Convergence of random variables. Lemmata of Borel-Cantelli. Convergence: almost certain, in probability, in Lp. Weak convergence. Narrow and vague convergence. Characteristic functions: definition, inversion theorem. Characteristic functions and moments. Law of the sum of independent random variables. Lévy-Cramér Theorem. An introduction to Bochner theorem. Limit theorems: Central Limit Theorems (CLT): sufficient conditions (Lindeberg-Lévy theorem). An introduction to the necessary conditions. Weak and strong Laws of Large Numbers (LLN) (theorems by Rajchman, Kolmogorov, Khinchin-Kolmogorov). Conditional expectations: definition and properties. Martingales: definition, examples. Uniform integrability and martingales. Stopping times. Stopped martingales. Lp and almost certain convergence. Sub-martingales (Doob decomposition). Backward martingales. Applications (Radon-Nikodym theorem, Kolmogorov 0-1 law, random series).

Prerequisiti: Analisi reale e complessa. *Real analysis, complex analysis*

Testi di riferimento: Benché gli appunti delle lezioni siano disponibili in rete, si può far riferimento a un buon libro di probabilità, come, per esempio:

K.L. Chung, A course in probability theory, New York: Academic Press, 1974.

Metodi d'esame: esame orale.

Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato nella sezione Bacheca della mia Scheda Personale disponibile in rete; inoltre gli studenti possono chiedere spiegazioni e chiarimenti per appuntamento all'indirizzo di posta elettronica carlo.sempi@unisalento.it

2.11 Ottimizzazione Combinatoria (Combinatorial Optimization)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/06

Docente: Paolo Nobili

Breve presentazione e obiettivi del corso: Lo scopo del corso è quello di fornire una panoramica dei concetti fondamentali dell'ottimizzazione combinatoria e presentare alcuni degli algoritmi principali per la soluzione di problemi combinatori.
The aim of the course is to provide an overview of the fundamental concepts in combinatorial optimization and present some of the main algorithms for solving combinatorial problems.

Programma delle lezioni:

1. Problemi e algoritmi dell?Ottimizzazione Combinatoria: introduzione e richiami di metodi e modelli della Ricerca Operativa.
2. Il paradigma algoritmico Primale-Duale: descrizione; applicazione al problema di cammino minimo; applicazione al problema di massimo flusso. Algoritmi Primali-Duali per massimo flusso e cammino minimo: Ford-Fulkerson e Dijkstra. Algoritmi Primali-Duali per flusso a costo minimo.
3. Algoritmi e complessità computazionale: algoritmi polinomiali; non-polinomialità del metodo del simplesso; il metodo dell?ellissoide per la Programmazione Lineare; algoritmi efficienti per il problema di massimo flusso.
4. Il problema del Matching: matching bipartito e sua correlazione con il problema di flusso su reti; matching non-bipartito e blossoms; matching pesato (cenni); il metodo ungherese per il problema di assegnamento; matching pesato non-bipartito (cenni).
5. Matroidi: alberi ricoprenti; algoritmo Greedy.
6. Algoritmi di approssimazione ed euristiche: il problema di copertura con nodi come esempio; algoritmi di approssimazione per il problema del commesso viaggiatore.

1. Problems and algorithms in Combinatorial Optimization: introduction and review of methods and models of Operations Research.

2. The Primal-Dual algorithmic paradigm: description; application to the shortest path problem; application to the maximum flow problem. Primal-Dual algorithms for maximum flow and shortest path: Ford-Fulkerson and Dijkstra. Primal-Dual algorithms for minimum cost flow.

3. Algorithms and computational complexity: polynomial algorithms; Non-polinomiality of the simplex method; the ellipsoid method for Linear Programming; efficient algorithms for the maximum flow problem.

4. The Matching problem: bipartite matching and its correlation with the flow problem on networks; non-bipartite matching and blossoms; weighed matching (outline); the Hungarian method for the assignment problem; weighed non-bipartite matching (outline).

5. Matroids: spanning trees; the ?greedy? algorithm.

6. Approximation Algorithms and euristics: the node cover problem as an example; approximation algorithms for the Traveling Salesman Problem.

Prerequisiti: Una conoscenza di base degli argomenti fondamentali di ricerca operativa (acquisita, ad esempio, con la frequenza dell'insegnamento di Ricerca Operativa previsto nel corso di studio triennale in Matematica) è utile ma non indispensabile.

Testi di riferimento:

Christos H. Papadimitriou, Kenneth Steiglitz,Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Dover Books.

Metodi d'esame: Esame orale: due domande su argomenti teorici presentati nel corso.

Orario di ricevimento: Mercoledì 16-18 o per appuntamento a seguito di accordi per posta elettronica.

2.12 Statistica Applicata (Applied Statistics)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/06

Docente: Gianfausto Salvadori

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso fornisce nozioni fondamentali di Statistica, sia parametrica sia non-parametrica. Il taglio del corso è di tipo applicativo e numerosi esempi pratici (tratti dal mondo reale e dalle attività di ricerca del Docente) sono utilizzati per illustrare i concetti base introdotti durante le lezioni.
The course introduces fundamental notions of Statistics, both parametric and non-parametric. The course is of applied nature, and a number of practical examples (taken from the real world and the research activity of the Teacher) are used to illustrate the concepts outlined during the lessons.

Programma delle lezioni

1 PREMESSA

1.1 Cenni di Teoria della Misura 1.2 Modelli Statistici

2 SIMULAZIONE

2.1 Trasformazione Integrale di Probabilità 2.2 Ulteriori schemi di simulazione univariata 2.3 Copule e simulazione multivariata

3 STATISTICHE D?ORDINE

3.1 Definizioni e proprietà 3.2 Statistiche d'ordine estremali 3.3 Leggi delle statistiche d?ordine

4 TEORIA DEI VALORI ESTREMI

4.1 Modelli a blocchi 4.2 Modelli a soglia

5 STIMATORI

5.1 Modelli statistici esponenziali 5.2 Stimatori 5.3 Media e varianza campionarie 5.4 Confronto di stimatori 5.5 Disuguaglianza di Fréchet-Cramér-Rao 5.6 Sufficienza e completezza

6 TECNICHE DI STIMA

6.1 Il Metodo dei Momenti 6.2 Stimatori di Massima Verosimiglianza

7 CAMPIONI GAUSSIANI

7.1 Legge Chi-quadro 7.2 Legge t-Student 7.3 Legge di Fisher-Snedecor

8 VERIFICA DI IPOTESI

8.1 Teoria di Neyman-Pearson 8.2 Rapporto di verosimiglianza monotono 8.3 Rapporto di verosimiglianza generalizzato 8.4 Verifica di ipotesi per campioni Gaussiani 8.4.1 Test del Chi-quadro (Varianza) 8.4.2 Test t-Student (Speranza) 8.4.3 Test di Fisher-Snedecor (Confronto Varianze)

9 STIMA PER INTERVALLI

9.1 Metodo del pivot 9.2 IC per campioni Gaussiani

10 STATISTICA NON PARAMETRICA

10.1 I test del Chi-quadro 10.1.1 Test del Chi-quadro di adattamento 10.1.2 Test del Chi-quadro per l?indipendenza 10.1.3 Test del Chi-quadro per l?omogeneità 10.2 I test di Kolmogorov-Smirnov 10.2.1 Il test di adattamento di Kolmogorov-Smirnov 10.2.2 Il test di omogeneit'a di Kolmogorov-Smirnov 10.3 I test di Kendall e Spearman 10.3.1 Il test di indipendenza di Kendall 10.3.2 Il test di indipendenza di Spearman

11 ANALISI DELLA VARIANZA

11.1 Analisi della varianza ad una via 11.1.1 Inferenze su combinazioni lineari 11.1.2 Il test ANOVA ad una via 11.1.3 Stima simultanea di contrasti 11.2 Analisi della varianza a due vie

12 REGRESSIONE LINEARE

12.1 Regressione lineare semplice 12.1.1 Il metodo dei Minimi Quadrati (Interpolazione) 12.1.2 Stimatori BLUE 12.1.3 Il modello Normale condizionale 12.1.4 Stima e predizione nel modello Normale condizionale 12.2 Regressione lineare multipla

1 INTRODUCTION

1.1 Measure Theory 1.2 Statistical models

2 SIMULATION

2.1 Probability Integral Transformation 2.2 Further univariate simulation techniques 2.3 Copulas and multivariate simulation

3 ORDER STATISTICS

3.1 Definition 3.2 Extreme OS 3.3 Laws of OS

4 EXTREME VALUE THEORY

4.1 Block Models 4.2 Threshold Models

5 ESTIMATORS

5.1 Exponential statistical models 5.2 Estimators 5.3 Sample mean and variance 5.4 Comparison of estimators 5.5 Fréchet-Cramér-Rao inequality 5.6 Sufficiency and completeness

6 ESTIMATING TECHNIQUES

6.1 Method of Moments 6.2 Maximum Likelihood

7 GAUSSIAN SAMPLES

7.1 Chi-square law 7.2 t-Student law 7.3 Fisher-Snedecor law

8 HYPOTHESIS TESTING

8.1 Neyman-Pearson Theory 8.2 Monotone Likelihood Ratio 8.3 Generalized Likelihood Ratio 8.4 Testing Gaussian Samples 8.4.1 Chi-square test 8.4.2 t-Student test 8.4.3 Fisher-Snedecor test

9 CONFIDENCE INTERVALS

9.1 Pivot Method 9.2 Intervals for Gaussian Samples

10 NON-PARAMETRIC STATISTICS

10.1 Chi-square tests 10.2 Kolmogorov-Smirnov tests 10.3 Kendall and Spearman tests

11 ANALYSIS OF VARIANCE

11.1 One-way ANOVA 11.2 Two-ways ANOVA

12 LINEAR REGRESSION

12.1 Simple Linear Regression 12.1.1 Least Squares 12.1.2 BLUE 12.1.3 Normal Conditional model 12.2 Multiple Linear Regression

Prerequisiti: Nozioni elementari di Teoria delle Probabilità e conoscenza delle principali distribuzioni di probabilità, sia continue sia discrete.

Elementary notions of Probability Theory, and knowledge of the fundamental probability distributions, both discrete and continuous ones.

Testi di riferimento:

Dispense fornite dal Docente (PDF).

Notes provided by the Teacher (PDF).

Metodi d'esame: Orale sui contenuti del Corso.

Oral exam concerning the topics of the Course.

Orario di ricevimento: Sempre, previa prenotazione via e-mail al Docente.

Always, by booking in advance via e-mail to the Teacher.

2.13 Analisi Funzionale (Functional Analysis)

:

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/05

Docente: Michele Campiti

Breve presentazione e obiettivi del corso: Vengono presentate le nozioni di base, i teoremi, gli strumenti e le tecniche principali della teoria degli spazi di Banach e degli operatori lineari continui. La trattazione è introduttiva e mira a evidenziare le interazioni reciproche tra una struttura algebrica di spazio vettoriale e una topologica derivante dalla distanza indotta da una norma. Per questo motivo il corso comprende una parte introduttiva su alcuni aspetti relativi alla compattezza, quali il teorema di Tychonoff e quello di Ascoli-Arzelà. Vengono poi presentati alcuni teoremi classici che riguardano la struttura vettoriale come i teoremi di Hahn-Banach e la struttura topologica come il Lemma di Baire. Diverse conseguenze di tali risultati in spazi di Banach consentono di delineare la struttura di tali spazi. Una parte importante del corso viene poi dedicata alla teoria degli operatori con particolare riguardo agli operatori compatti ed a quelli autoaggiunti e al relativo teorema spettrale. Tra le applicazioni allo studio delle equazioni a derivate parziali si considera un problema di Sturm-Liouville. Infine viene trattata, sempre in maniera introduttiva, la trasformata di Fourier.
The content of the course is concerned with the main tools and techniques in the theory of Banach spaces and continuous linear operators. The treatment is at a basic level and aims to highlight the reciprocal interactions between algebraic and topological structures in vector spaces. For this reason, the course includes some aspects of compactness theory, such as Tychonoff and Ascoli-Arzelà theorems. Then some classical theorems concerning with the structure of Banach spaces are presented, such as Hahn-Banach theorems and Baire?s lemma and their consequences. An important part of the course is then devoted to operator theory and in particular to compact and self-adjoint operators and the spectral theorem. Among the applications to the study of partial differential equations, particular problems of Sturm-Liouville are considered. Finally it is treated the Fourier transform at

an introductory level.

Programma delle lezioni: Strutture topologiche: Spazi topologici compatti, Filtri e compattezza, Spazi metrici, Il teorema di Ascoli-Arzelà, Spazi normati, Gli spazi lp, Lo spazio normato degli operatori lineari continui, Spazi prehilbertiani e spazi di Hilbert. Struttura degli spazi di Banach: Il teorema di Hahn-Banach, Forma analitica del teorema di Hahn-Banach, Iperpiani, Iperpiani affini, Funzionali di Minkowski, Forme geometriche del teorema di Hahn-Banach, Duali del quoziente e sottospazi ortogonali, Duali degli spazi lp, Il lemma di Baire, Il teorema di Banach-Steinhaus, I teoremi dell'applicazione aperta e del grafico chiuso, Sottospazi complementati, Biduali e riflessività, Spazi uniformemente convessi. Operatori tra spazi normati: Operatori aggiunti, Operatori compatti, La teoria spettrale per gli operatori limitati, Lo spettro di un operatore limitato, Teoria spettrale per gli operatori compatti, L'alternativa di Fredholm, Teoria spettrale per gli operatori autoaggiunti, Problemi di Sturm-Liouville. La trasformata di Fourier: Teorema di Riemann-Lebesgue, Regole di trasformazione, Regolarità della trasformata di Fourier, Problema dell'inversione, La trasformata in L^2.

Topological structures: Compact spaces, fileters, metric spaces, Ascoli-Arzelà theorem, Normed spaces, lp spaces. The space of bounded operators. Scalar product and Hilbert spaces. Structure of Banach spaces: Hahn-Banach theorem, Analytic form of Hahn-Banach theorem, Hyperplanes, Affine hyperplanes, Minkowski functionals, Geometric form of Hahn-Banach theorem, quotient spaces and theor dual spaces, Orthogonal subspaces, lp duals, Baire?s lemma, Banach-Steinhaus theorem, open mapping theorem and closed graph theorem, Complemented subspaces, Biduals and reflexive spaces, Uniformly convex spaces. Operator theory: Adjoint operators, Compact operators, Spectral theory for bounded operators, Spectrum of a bounded operator, Spectral theory for compact operators, Fredholm?s alternative, Spectral theory for self-adjoint operators, Sturm-Liouville problems. Fourier transform: Riemann-Lebesgue theorem, Transformation rules, Regularity of Fourier transform, Inversion problem, Fourier transform in L^2.

Prerequisiti: Nozioni di base di Algebra (spazi vettoriali) e Topologia (definizioni principali).

Testi di riferimento:

- Dispensa del corso fornita online: https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/michele.campiti/corsi

- Appunti di tutte le lezioni forniti online.

- R. Meise, D. Vogt, Introduction to Functional Analysis, Clarendon Press, Oxford, Oxford Graduate Texts in Mathematics, n. 2, 1997

Metodi d'esame: Prova orale

Orario di ricevimento: Mercoledì ore 9:00 oppure tramite appuntamento fissato per email. Durante il periodo delle lezioni l'orario di ricevimento può subire variazioni in caso di sovrapposizioni.

2.14 Algoritmi e complessità (Algorithms and Computational Complexity)

Semestre: I **CFU**: 6 **Ore**: 42 **SSD**: INF/01

Docente: Antonio Caruso

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso inizia con una parte dedicata ai modelli di calcolo, dove si presentano i principali risultati di calcolabilità e le tecniche di dimostrazione relativa. Successivamente si presentano i concetti relativi alla complessità computazionale, le principali classi di complessità e le relazioni tra le classi.
The course starts with a brief introduction to computational models: we review the main results of computability, and their proofs. After this, we present the main concept related to computational complexity, complexity classes and their mutual relation.

Programma dettagliato delle lezioni:

- Modelli di Calcolo: Linguaggi, Macchina di Turing, Funzioni Ricorsive, Modelli Distribuiti e Paralleli.
- Calcolabilità: Riduzioni tra linguaggi, Linguaggi Ricorsivi vs Ricorsivamente Enumerabili, dimostrazioni di non ricorsività
- Complessità: Definizioni, Classi di Complessità (Tempo e Spazio), relazioni, riduzioni polinomiali, classi P, NP, EXP. Problemi NP-Completi, Np-Hard. Dimostrazioni di Np-Completezza. Lettura di articoli scientifici su alcuni problemi NP-Completi.
- Complessità: Approximation Algorithms.
- Modelli Distribuiti: Algoritmi e Protocolli.

- *Computational Models: Languages, Turing Machines, Recursive Functions, Distributed and Parallel models.*

- *Computability: Reductions among languages, Recursive vs Recursive-Enumerable Languages, Proofs of Non Recursivity.*
- *Complexity: Definitions, Classes P, NP, EXP, relations among them, polynomial reductions. Complete problems. Hard Problems. Proofs of Completeness. Reading list on articles with Np-Complete proofs.*
- *Complexity: Approximation Algorithms.*
- *Distributed Models: Algorithms and Protocols.*

Prerequisiti: nessuno

Testi di riferimento: Note del docente

Metodi d'esame: Seminario

Orario di ricevimento: Mercoledì 15-18

2.15 Algebra Combinatoria (Combinatoric Algebra)

Semestre: I **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/02

Docente: Rocco Chirivì

Breve presentazione e obiettivi del corso (in italiano e in inglese): Il corso tratta della teoria delle rappresentazioni del gruppo simmetrico come esempio rilevante dell?uso di tecniche combinatorie in algebra.
The course is about the representations of the symmetric group as a significant example of the interplay of algebra and combinatorics.

Programma delle lezioni: Rappresentazioni dei gruppi finiti, completa riducibilità delle rappresentazioni, lemma di Schur, le rappresentazioni irriducibili di S3, l?algebra gruppo, teoria dei caratteri, rappresentazioni indotte, il gruppo diedrale, tavole di alcuni gruppi simmetrici, rappresentazioni del gruppo simmetrico con i tableau.

Finite group representations, complete reducibility of representations, Schur lemma, the irreducible representations of S3, the group algebra, the character theory, induced representations, the dihedral group, the character tables of some symmetric groups, the irreducible representations of the symmetric groups.

Prerequisiti: nozioni elementari di teoria dei gruppi e spazi vettoriali
Testi di riferimento:
Renata Scognamillo, Rappresentazioni dei gruppi finiti e loro caratteri.
Metodi d'esame: esame orale
Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato sulla pagina
https://www.unisalento.it/web/guest/scheda_personale/-/people/rocco.chirivi

2.16 Algebra Superiore (Advanced Algebra)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/02

Docente: Salvatore Siciliano

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso tratta gli aspetti principali della teoria degli anelli non commutativi e dei moduli su di essi e si propone di far acquisire allo studente un metodo di ragionamento rigoroso e la capacità di utilizzare il linguaggio specifico ed i metodi propri di questa disciplina.
The course deals with the main topics in the theory of non-commutative rings and their modules. It aims to provide students with a rigorous method of thinking and the ability to use the specific language and methods of this discipline.

Programma dettagliato delle lezioni: Moduli su un anello: definizione e prime proprietà. Teoremi di omomorfismo per moduli. Teorema di corrispondenza per moduli. Somme dirette interne ed esterne di una famiglia di moduli. Moduli semplici. Lemma di Schur e conseguenze. Serie di composizione di un modulo. Teorema di Jordan-Hölder per moduli. Richiami sugli insiemi parzialmente ordinati ed il Lemma di Zorn. Moduli noetheriani ed artiniani. Un modulo ammette una serie di composizione se e solo se è noetheriano ed artiniano. Anelli noetheriani ed anelli artiniani.
Algebre su un anello commutativo e unitario. Algebra degli endomorfismi di un modulo. Algebre su campi. Rappresentazioni di algebre. Algebre di matrici. Algebre gruppali. Corpi ed algebre di divisione. Algebre dei quaternioni generalizzati. Anelli semplici. Algebre semplici. Semplicità degli anelli di matrici su corpi.
Moduli semisemplici e loro caratterizzazioni. Zoccolo di un modulo. La classe dei moduli semisemplici su un anello è chiusa per sottomoduli e quozienti. Condizioni di catena in moduli semisemplici. Componenti isotipiche di un modulo. Decomposizione di un modulo semisemplice nella somma diretta delle sue componenti isotipiche.
Annullatore di un sottoinsieme di un modulo. Ideali destri e sinistri di un anello. Radicale di Jacobson di un anello e caratterizzazioni. Il radicale di Jacobson di un anello coincide con l'intersezione degli ideali destri massimali. Elementi quasiregolari. Elementi nilpoten-

ti. Elementi idempotenti. Versione sinistra del radicale di Jacobson di un anello. Lemma di Nakayama. Ideali nilpotenti. Nilpotenza del radicale di Jacobson in anelli artiniani a destra. Anelli semiprimi e semiprimitivi.
Sottoanelli densi dell'anello degli endomorfi di uno spazio vettoriale su un corpo. Teorema della Densità di Jacobson. Moduli fedeli. Anelli primitivi. Teorema del doppio centralizzante. Caratterizzazione degli anelli semplici ed artiniani a destra. Ideali destri minimali di un anello. Decomposizione di Pierce. Teorema di Hopkins. Anelli semisemplici e caratterizzazioni. Struttura di un anello semisemplice. Teorema di Wedderburn-Artin e sue conseguenze. Algebre semisemplici. Algebre semisemplici su campi algebricamente chiusi. Algebre di divisione di dimensione finita su un campo. Teorema di Maschke. Cenni di teoria della rappresentazione dei gruppi finiti. Complemento del radicale di Jacobson di un'algebra. Teorema di Wedderburn-Malcev.
Base di un modulo. Moduli liberi. Moduli proiettivi. Un modulo è proiettivo se e solo se è un addendo diretto di un modulo libero. Un anello è semisemplice se e solo se ogni suo modulo è proiettivo. Moduli indecomponibili. Ideali destri minimalmente potenti di un anello. Moduli proiettivi indecomponibili su anelli artiniani a destra. Rivestimento proiettivo di un modulo.

Modules over a ring. Isomorphism theorems for modules. Correspondence theorem for modules. Direct sum of submodules. Product and coproduct of modules. Simple modules. Schur?s Lemma. Composition series of a module. Jordan-Hölder Theorem for modules. Noetherian and Artinian modules. A module has a finite composition series if and only if it is both an Artinian module and a Noetherian module. Noetherian and Artinian rings.
Algebras over commutative rings. Endomorphism algebra of a module. Algebras over fields. Representations of an algebra. Matrix algebras. Group algebras. Skew fields and division algebras. Generalized quaternion algebras. Simple rings. Simple algebras. Full matrix rings over division rings are simple.
Semisimple modules and characterizations. Socle of a module. The class of semisimple modules is closed under submodules and quotients. Chain conditions for semisimple mo-

dules. Isotypic components of a module. Decomposition of a module as a direct sum of its isotypic components.

Annihilator of a subset of a module. Right ideals and left ideals of a ring. Jacobson radical of a ring and its characterizations. The Jacobson radical of a ring is the intersection of the maximal right ideals. Quasiregular elements. Nilpotent elements. Idempotent elements. Left-handed version of the Jacobson radical. Nakayama?s Lemma. Nilpotent ideals. Nilpotency of the Jacobson radical of a right Artinian ring. Semiprime rings. Semiprimitive rings.

Dense subrings in the endomorphism ring of a vector space. Jacobson Density Theorem. Faithful modules. Primitive rings. Double Centralizer Theorem. Characterization of right Artinian simple rings. Minimal right ideals of a ring. Pierce decomposition. Hopkins Theorem. Semisimple rings and characterizations. Structure of semisimple rings. Wedderburn-Artin Theorem. Semisimple algebras. Semisimple algebras over algebraically closed fields. Finite-dimensional division algebras over a field. Mascke?s Theorem. Representation theory of finite groups. Complement to the Jacobson radical of an algebra. Wedderburn-Malcev Theorem.

Basis of a module. Free modules. Projective modules. A module is projective if and only if it is a direct summand of a free module. A ring is semisimple if and only if all of its modules are projective. Indecomposable modules. Minimally potent right ideals of a ring. Projective indecomposable modules over right Artinian rings. Projective cover of a module.

Prerequisiti: conoscenze basilari di teoria dei gruppi, teoria degli anelli e algebra lineare.

Testi di riferimento:

I. M. Isaacs, Algebra. A graduate course. Brooks/Cole Publishing Company, California, 1994.

T. Y. Lam, A first course in noncommutative rings. Springer-Verlag, New York, 1991.

R. S. Pierce, Associative algebras. Springer-Verlag, New York, 1982.

Metodi d'esame: prova orale.

Orario di ricevimento: mercoledì 14.00-16.00.

2.17 Equazioni alle derivate parziali (Partial differential equations)

Semestre: II **CFU**: 9 **Ore**: 63 **SSD**: MAT/05

Docente: Diego Pallara

Breve presentazione e obiettivi del corso: Il corso fornisce agli studenti i risultati fondamentali relativi agli esempi classici di operatori alle derivate parziali. L'obbiettivo e' di indicare sugli esempi piu' semplici i metodi piu' usati per studiarli.
The course gives to the students the basic results on the classical PDOs. Its aim is to present the main methods through the most elementary examples.

Programma delle lezioni: Equazioni del primo ordine: metodo delle caratteristiche. Teoria delle distribuzioni. Operatori lineari generali. Problemi di Cauchy per gli operatori del calore e delle onde. Metodi classici per l'equazione di Laplace. Spazi di Sobolev. Metodi variazionali per equazioni ellittiche. Semigruppi di operatori e applicazioni alle equazioni paraboliche.

First-order equations: method of characteristics. Distributions. Linear operators. Cauchy problem for heat and wave equations. Classical methods for the Laplace equations. Sobolev spaces. Variational methods for elliptic equations. Semigroups and applications to parabolic equations.

Prerequisiti: Calcolo differenziale per funzioni di variabili reali, integrale di Lebesgue, Analisi funzionale elementare, Algebra lineare e geometria analitica.

Testi di riferimento:

Bressan, Lecture notes in functional analysis, Amer. Math. Soc. 2012.

Evans, Partial Differential Equation, Amer. Math. Soc. 1998.

Gilbarg-Trudinger, Elliptic partial Differential Equations of Second Order, Springer 1983.

Treves, Basic Linear Partial Differential Equations, Academic Press 1975.

Metodi d'esame: una prova orale

Orario di ricevimento: alla fine di ogni lezione.